DODATEK DO Zadania 1A

W oryginalnym przykładzie MRS(1,1)=1/2=P_X/P_Y

1) Do czego doprowadzi zmiana MRS przy niezmienionych:

- **punkcie kalibracji (1,1)**
- **stosunkowi cen $P_X/P_Y=1/2$**
- **technologii produkcji $P_X=P_L=1$ oraz $P_Y=2P_L=2$ $\Rightarrow$ $P_Y=2P_X$**

Przypadek 1: MRS(1,1)=1 **Przypadek 2:** MRS(1,1)=1/4

ROZWIĄZANIE

Zakładamy, że preferencje konsumenta są nadal opisane za pomocą funkcji Cobb-Douglasa

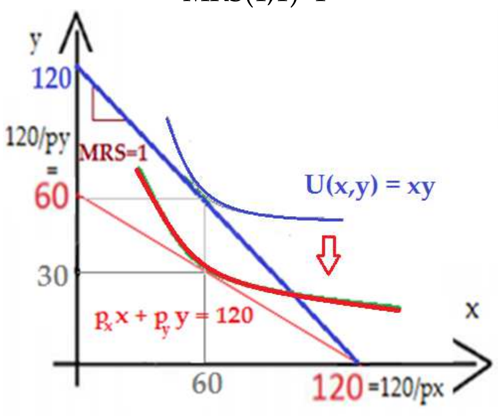
Przypadek 1	Przypadek oryginalny	Przypadek 2
$MRS_{xy}=1=\frac{MU_x}{MU_y}=\frac{y}{x}$	$MRS_{xy}=\frac{1}{2}=\frac{MU_x}{MU_y}=\frac{y}{2x}$	$MRS_{xy}=\frac{1}{4}=\frac{MU_x}{MU_y}=\frac{y}{4x}$
$\Downarrow$	$\Downarrow$	$\Downarrow$
$\boldsymbol{U(x,y)=xy}$	$\boldsymbol{U(x,y)=xy^2}$	$\boldsymbol{U(x,y)=xy^4}$
$\frac{y}{x}=\frac{p_x}{p_y}=\frac{1}{2}$	$\frac{y}{2x}=\frac{p_x}{p_y}=\frac{1}{2}$	$\frac{y}{4x}=\frac{p_x}{p_y}=\frac{1}{2}$
$\Downarrow$	$\Downarrow$	$\Downarrow$
$\boldsymbol{y^*=\frac{1}{2}x^*}$ oraz $p_y=2p_x$	$\boldsymbol{y^*=x^*}$ oraz $p_y=2p_x$	$\boldsymbol{y^*=2x^*}$ oraz $p_y=2p_x$
$p_xx+p_yy=120$	$p_xx+p_yy=120$	$p_xx+p_yy=120$
$p_xx+2p_x\cdot\frac{1}{2}x=120$	$p_xx+2p_xx=120$	$p_xx+2p_x\cdot 2x=120$
$2\,p_xx=120$ oraz $p_x=1$	$3\,p_xx=120$ oraz $p_x=1$	$5\,p_xx=120$ oraz $p_x=1$
$2x=120$	$3x=120$	$5x=120$
Wynik : $\begin{cases}\boldsymbol{x=60}\\ \boldsymbol{y=30}\end{cases}$	**Wynik :** $\begin{cases}\boldsymbol{x=40}\\ \boldsymbol{y=40}\end{cases}$	**Wynik :** $\begin{cases}\boldsymbol{x=24}\\ \boldsymbol{y=48}\end{cases}$

Alokacja początkowa - czyli punkt kalibracji (niebieska linia) - odzwierciedla stosunek cen wyznaczony przez MRS, a nie przez rynek – czyli przez technologie produkcji dóbr (czerwona linia).

Punkt kalibracji (1,1), czyli x=y

<table>
<tr>
<th><u>Przypadek 1</u></th>
<th><u>Przypadek oryginalny</u></th>
<th><u>Przypadek 2</u></th>
</tr>
<tr>
<td>

MRS(1,1)=1



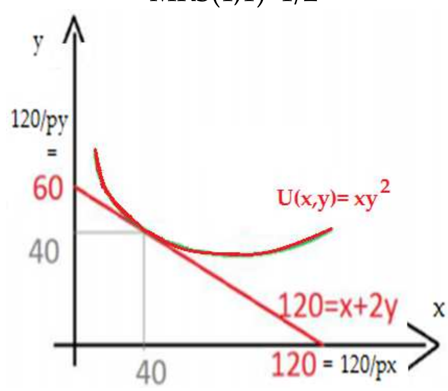
$$MRS_{xy} = 1 = \frac{p_x}{p_y}$$
$$\Downarrow$$
$$y^* = x^* \text{ oraz } \boldsymbol{p_y = p_x}$$

$$p_x x + p_x x = 120$$
$$2x = 120$$

$$\boldsymbol{x = y = 60}$$

</td>
<td>

MRS(1,1)=1/2



$$MRS_{xy} = \frac{1}{2} = \frac{p_x}{p_y}$$
$$\Downarrow$$
$$y^* = x^* \text{ oraz } \boldsymbol{p_y = 2p_x}$$

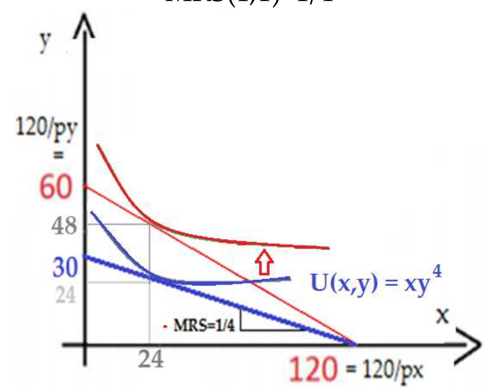
$$p_x x + 2p_x x = 120$$
$$3x = 120$$

$$\boldsymbol{x = y = 40}$$

Niebieska linia, pokazująca punkt kalibracji pokrywa się w tym przypadku z linią budżetu.

</td>
<td>

MRS(1,1)=1/4



$$MRS_{xy} = \frac{1}{4} = \frac{p_x}{p_y}$$
$$\Downarrow$$
$$y^* = x^* \text{ oraz } \boldsymbol{p_y = 4p_x}$$

$$p_x x + 4p_x x = 120$$
$$5x = 120$$

$$\boldsymbol{x = y = 24}$$

</td>
</tr>
</table>

ZMIANA W MPSGE :

Przypadek 1

```
$DEMAND:RA        s:1
        E:PL      Q:120
         D:PX      Q:1       P:(1)
         D:PY      Q:1       P:1
```

WYNIK :

```
---- VAR X            .      60.000
---- VAR Y            .      30.000
---- VAR PX           .       1.000
---- VAR PY           .       2.000
---- VAR PL           .       1.000
---- VAR RA           .     120.000
```

Przypadek oryginalny

```
$DEMAND:RA        s:1
        E:PL      Q:120
         D:PX      Q:1       P:(1/2)
         D:PY      Q:1       P:1
```

WYNIK :

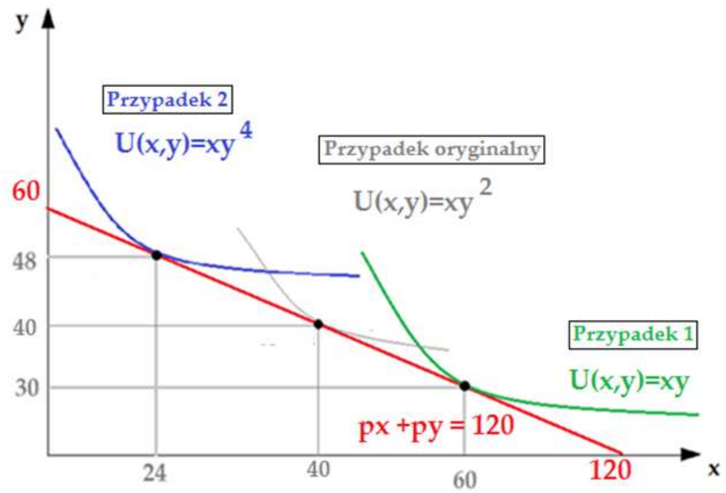
```
---- VAR X            .      40.000
---- VAR Y            .      40.000
---- VAR PX           .       1.000
---- VAR PY           .       2.000
---- VAR PL           .       1.000
---- VAR RA           .     120.000
```

Przypadek 2

```
$DEMAND:RA        s:1
        E:PL      Q:120
         D:PX      Q:1       P:(1/4)
         D:PY      Q:1       P:1
```

WYNIK :

```
---- VAR X            .      24.000
---- VAR Y            .      48.000
---- VAR PX           .       1.000
---- VAR PY           .       2.000
---- VAR PL           .       1.000
---- VAR RA           .     120.000
```



Wniosek: **(i)** Przypisanie MRSowi konkretnej liczby w MPSGE służy wyłącznie do ustalenia postaci funkcyjnej użyteczności (wraz z elastycznością substytucji), a nie wyznacza bezpośrednio nachylenie krzywej obojętności. **(ii)** Nachylenie linii budżetu jest wyznaczane przez technologie produkcji dóbr. **(iii)** Alokacja początkowa (punkt kalibracji) odzwierciedla początkowy podział dóbr (stosunek cen wyznaczony przez MRS), a nie – optymalny (stosunek cen wyznaczony przez technologie produkcji dóbr).

2) Do czego doprowadzi zmiana alokacji początkowej przy niezmienionych:

- **MRS=1/2**
- **stosunkowi cen $P_X/P_Y=1/2$**
- **technologii produkcji $P_X=P_L=1$ oraz $P_Y=2P_L=2$ $\Rightarrow$ $P_Y=2P_X$**

Przypadek 3: MRS(2,1)=1/2 **Przypadek 4:** MRS(1,2)=1/2

ROZWIĄZANIE

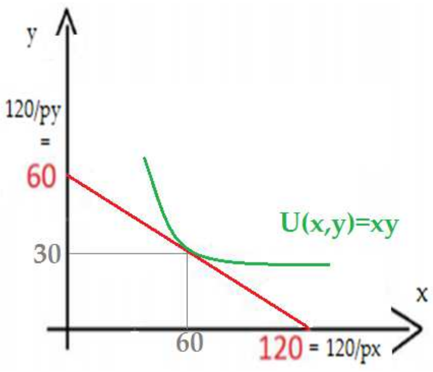
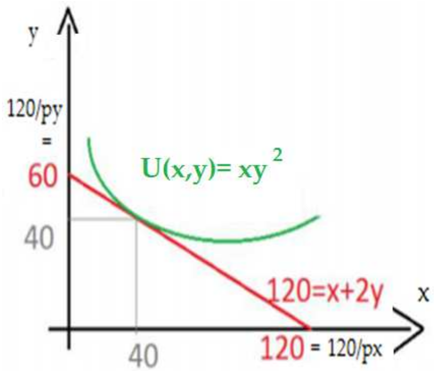
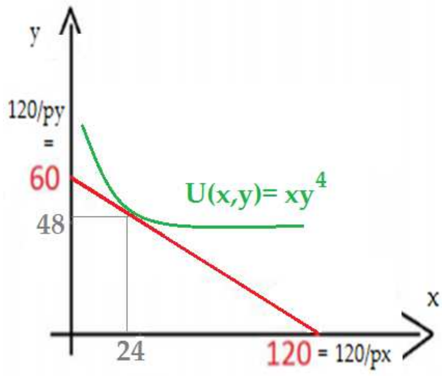
$MRS_{1,1} = \frac{1}{2} \Rightarrow$ konsument posiada identyczną ilość obu dóbr, $\Rightarrow \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{y}{2x} = \frac{1}{2\cdot 1} = \frac{1}{2}$

ale dwa razy bardziej preferuje Y niż X jeśli Px=Py

czyli $MRS_{1,1} = \frac{x}{y} \cdot \frac{Px}{Py}$ where x/y is the calibration point

Przypadek 3	**Przypadek oryginalny**	**Przypadek 4**
$MRS_{2,1} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{2}{1}$	$MRS_{1,1} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{1}{1}$	$MRS_{1,2} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{1}{2}$
$MRS_{2,1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boldsymbol{MRS_{1,1}} = \frac{2}{1} \cdot \frac{1}{2} = 1$	$MRS_{1,1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boldsymbol{MRS_{1,1}} = \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$	$MRS_{1,2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boldsymbol{MRS_{1,1}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
czyli w punkcie (2,1) nachylenie krzywej obojętności wynosi ½, a w punkcie (1,1) - nachylenie wynosi 1.	czyli w punkcie (1,1) nachylenie krzywej obojętności wynosi ½, a w punkcie (2,1) - nachylenie wynosi 2.	czyli w punkcie (1,2) nachylenie krzywej obojętności wynosi ½, a w punkcie (1,1) - nachylenie wynosi ¼.
$MRS_{xy} = 1 = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{y}{x}$	$MRS_{xy} = \frac{1}{2} = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{y}{2x}$	$MRS_{xy} = \frac{1}{4} = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{y}{4x}$
$\Downarrow$	$\Downarrow$	$\Downarrow$
$\boldsymbol{U(x,y) = xy}$	$\boldsymbol{U(x,y) = xy^2}$	$\boldsymbol{U(x,y) = xy^4}$
$\boldsymbol{y^* = \frac{1}{2}x^*}$ gdy $\frac{Px}{Py} = \frac{1}{2}$	$\boldsymbol{y^* = x^*}$ gdy $\frac{Px}{Py} = \frac{1}{2}$	$\boldsymbol{y^* = 2x^*}$ gdy $\frac{Px}{Py} = \frac{1}{2}$
Wynik : $\begin{cases} \boldsymbol{x = 60} \\ \boldsymbol{y = 30} \end{cases}$	**Wynik :** $\begin{cases} \boldsymbol{x = 40} \\ \boldsymbol{y = 40} \end{cases}$	**Wynik :** $\begin{cases} \boldsymbol{x = 24} \\ \boldsymbol{y = 48} \end{cases}$
$MRS_{1,1} = 1$	$MRS_{1,1} = \frac{1}{2}$	$MRS_{1,1} = \frac{1}{4}$
$MRS_{2,1} = \frac{1}{2}$	$MRS_{2,1} = \frac{1}{4}$	$MRS_{2,1} = \frac{1}{8}$
$MRS_{1,2} = 2$	$MRS_{1,2} = 1$	$MRS_{1,2} = \frac{1}{2}$

Zróżnicowany punkt kalibracji (alokacji początkowej)

Przypadek 3	**Przypadek oryginalny**	**Przypadek 4**
MRS(2,1)=1/2	MRS(1,1)=1/2	MRS(1,2)=1/2
		
Punkt kalibracji (2,1) $\Downarrow$ $\frac{x}{y} = \frac{2}{1}$ $\Downarrow$ $\boldsymbol{y^* = \frac{1}{2} x^*}$	Punkt kalibracji (1,1) $\Downarrow$ $\frac{x}{y} = \frac{1}{1}$ $\Downarrow$ $\boldsymbol{y^* = x^*}$	Punkt kalibracji (1,2) $\Downarrow$ $\frac{x}{y} = \frac{1}{2}$ $\Downarrow$ $\boldsymbol{y^* = 2x^*}$
$MRS_{2,1} = \frac{1}{2} = \frac{p_x}{p_y}$ $\Downarrow$ $p_y = 2p_x$	$MRS_{2,1} = \frac{1}{2} = \frac{p_x}{p_y}$ $\Downarrow$ $p_y = 2p_x$	$MRS_{2,1} = \frac{1}{2} = \frac{p_x}{p_y}$ $\Downarrow$ $p_y = 2p_x$
$p_x x + p_y y = 120$ $p_x x + 2p_x \frac{1}{2} x = 120$ $2p_x x = 120$ $\boldsymbol{x = 60}$ $\boldsymbol{y = 30}$	$p_x x + p_y y = 120$ $p_x x + 2p_x x = 120$ $3p_x x = 120$ $\boldsymbol{x = 40}$ $\boldsymbol{y = 40}$	$p_x x + p_y y = 120$ $p_x x + 2p_x 2x = 120$ $5p_x x = 120$ $\boldsymbol{x = 24}$ $\boldsymbol{y = 48}$

We wszystkich trzech przypadkach punkt kalibracji pokrywa się z optymalnym rozwiązaniem.

ZMIANA W MPSGE :

Przypadek 3

```
$DEMAND:RA      s:1
     E:PL    Q:120
     D:PX    Q:2      P:(1/2)
     D:PY    Q:1      P:1
```

WYNIK :

```
---- VAR X        .      60.000
---- VAR Y        .      30.000
---- VAR PX       .       1.000
---- VAR PY       .       2.000
---- VAR PL       .       1.000
---- VAR RA       .     120.000
```

Przypadek oryginalny

```
$DEMAND:RA      s:1
     E:PL    Q:120
     D:PX    Q:1      P:(1/2)
     D:PY    Q:1      P:1
```

WYNIK :

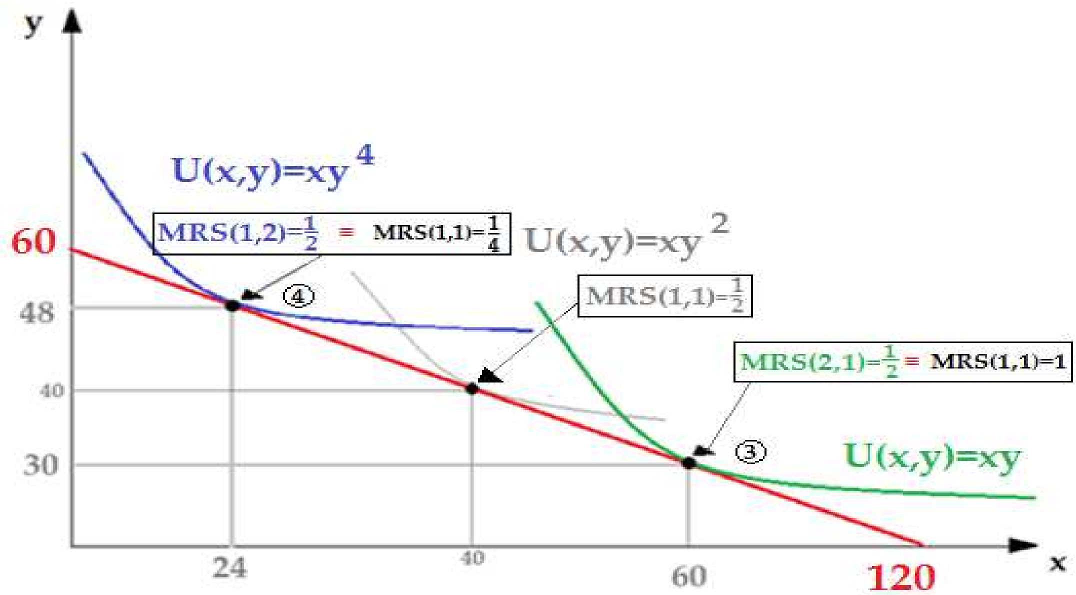
```
---- VAR X        .      40.000
---- VAR Y        .      40.000
---- VAR PX       .       1.000
---- VAR PY       .       2.000
---- VAR PL       .       1.000
---- VAR RA       .     120.000
```

Przypadek 4

```
$DEMAND:RA      s:1
     E:PL    Q:120
     D:PX    Q:1      P:(1/2)
     D:PY    Q:2      P:1
```

WYNIK :

```
---- VAR X        .      24.000
---- VAR Y        .      48.000
---- VAR PX       .       1.000
---- VAR PY       .       2.000
---- VAR PL       .       1.000
---- VAR RA       .     120.000
```



Wniosek: (i) Przy zróżnicowanej alokacji początkowej nie da się w MPSGE bezpośrednio wywnioskować którego dobra konsument woli bardziej, czyli jaką postać ma funkcja użyteczności. Należy najpierw zweryfikować jego preferencje przy jednakowej alokacji dóbr. **(ii)** MRS(1,1)=1 oraz MRS(2,1)=1/2 są równoznaczne. Podobnie jest z MRS(1,1)=1/4 oraz MRS(1,2)=1/2.

3) Jaka jest reguła zmiany MRS przy różnych alokacjach początkowych (punktach kalibracji) aby optymalny wynik dla X i Y pozostawał bez zmian ?

Przypadek 5: MRS(1,2)=?

ROZWIĄZANIE

W oryginalnym przykładzie MRS(1,1)=**1/2** oraz P_X/P_Y=1/2 => X=Y=40

W zadaniu 1A mamy MRS(2,1)=**1/4** oraz P_X/P_Y=1/2 => X=Y=40

założenie:
- P_X/P_Y=1/2
- technologia produkcji X i Y nie ulega zmianie, czyli P_X/P_L=1 i P_Y/P_L=2
- ograniczenie budżetowe nie ulega zmianie, czyli 120 = x + 2y

Przypadek zadania 1A

MRS(2,1)=1/4

czyli w punkcie (2,1) Y jest 4 razy bardziej preferowany niż X

$\Downarrow$

$$MRS_{1,1} = \frac{2}{1} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

czyli w punkcie (1,1) Y jest 2 razy bardziej preferowany niż X

$\Downarrow$

$$MRS_{xy} = \frac{1}{2}$$

$\Downarrow$

$$\boldsymbol{U(x,y) = xy^2}$$

Przypadek oryginalny

MRS(1,1) = 1/2

$\Downarrow$

$$MRS_{1,1} = \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$\Downarrow$

$$MRS_{xy} = \frac{1}{2}$$

$\Downarrow$

$$\boldsymbol{U(x,y) = xy^2}$$

Przypadek 5

MRS(1,2) = ?

Aby otrzymać $\boldsymbol{U(x,y) = xy^2}$ musimy zapewnić, że w punkcie (1,1) Y jest 2 razy bardziej preferowany niż X

$$MRS_{1,1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{?}{?} = \frac{1}{2}$$

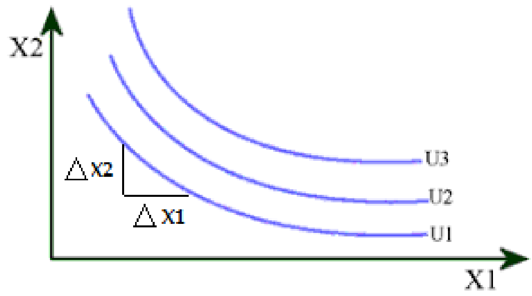
$\Downarrow$

MRS(1,2)=1

czyli w punkcie (1,2) Y jest tak samo preferowany jak X

WIZUALIZACJA NA WYKRESIE

Obrazem funkcji użyteczności jest krzywa obojętności. Pokazuje ona stopy substytucji między dwoma towarami dla każdego poziomu ich bieżącej konsumpcji.

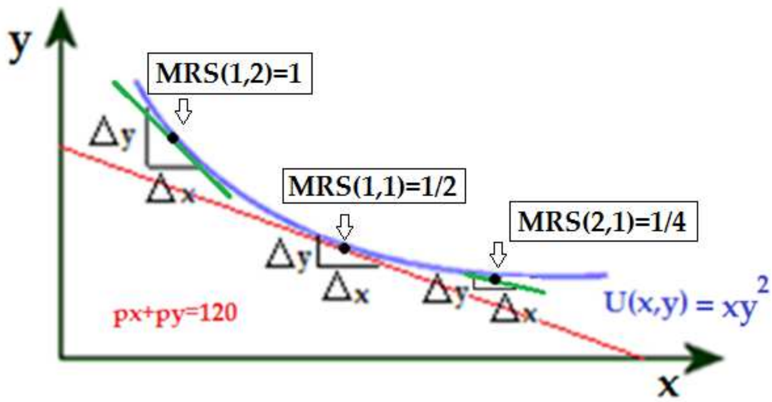


$$\boldsymbol{U(x,y) = xy^2}$$

$$MRS(1{,}2) = \frac{y}{2x} = \frac{2}{2\cdot 1} = 1$$

$$MRS(1{,}1) = \frac{y}{2x} = \frac{1}{2\cdot 1} = \frac{1}{2}$$

$$MRS(2{,}1) = \frac{y}{2x} = \frac{1}{2\cdot 2} = \frac{1}{4}$$



Optymalny w tym przypadku będzie punkt, w którym: $MRS_{xy} = \frac{p_x}{p_y} = \frac{1}{2}$

⇓

- jeśli konsument ma zasób początkowy inny niż (1,2) => w optimum zmieni alokacje dóbr
- jeśli konsument ma zasób początkowy (1,2) => w optimum nie zmieni swojego zachowania

ZMIANY W MPSGE :

Punkt kalibracji (2,1)

```
$DEMAND:RA       s:1
        E:PL     Q:120
         D:PX     Q:2       P:(1/4)
         D:PY     Q:1       P:1
```

Punkt kalibracji (1,1)

```
$DEMAND:RA       s:1
        E:PL     Q:120
         D:PX     Q:1       P:(1/2)
         D:PY     Q:1       P:1
```

Punkt kalibracji (1,2)

```
$DEMAND:RA       s:1
        E:PL     Q:120
         D:PX     Q:1       P:(1)
         D:PY     Q:2       P:1
```

<u>WYNIK</u>

dla każdego z powyższych przypadków jest taki sam:

```
                           LOWER       LEVEL       UPPER     MARGINAL
---- VAR X                   .         40.000      +INF          .
---- VAR Y                   .         40.000      +INF          .
---- VAR PX                  .          1.000      +INF          .
---- VAR PY                  .          2.000      +INF          .
---- VAR PL                  .          1.000      +INF          .
---- VAR RA                  .        120.000      +INF          .
```

Wniosek: Reguła wyboru MRS przy różnych alokacjach początkowych (punktach kalibracji) w celu otrzymania jednakowego wyniku optymalnego - należy przemnożyć MRS w punkcie (1,1) przez odwrotny stosunek posiadanych ilości dóbr:

$$\boldsymbol{MRS_{X,Y} = \alpha \cdot \frac{Y}{X} = \beta,} \quad \text{gdzie} \quad \alpha = \beta \cdot \frac{X}{Y} = MRS(1,1)$$

- **Zastosowanie powyższej reguły do Przypadku 3**

Przypadek 3

MRS(2,1)=1/2

czyli w punkcie (2,1) Y jest 2 razy bardziej preferowany niż X

$$\Downarrow$$

$$MRS_{1,1} = \frac{2}{1} \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$\Downarrow$$

w punkcie (1,1) Y jest tak samo preferowany jak X

$$\Downarrow$$

$$MRS_{xy} = 1$$

$$\Downarrow$$

$$\boldsymbol{U(x,y) = xy}$$

Punkt kalibracji (1,1)

MRS(1,1) = 1

$$\Downarrow$$

$$MRS_{1,1} = \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{1} = 1$$

$$\Downarrow$$

$$MRS_{xy} = 1$$

$$\Downarrow$$

$$\boldsymbol{U(x,y) = xy}$$

Punkt kalibracji (1,2)

MRS(1,2) = ?

Aby otrzymać $\boldsymbol{U(x,y) = xy}$, musimy zapewnić, że w punkcie (1,1) Y jest tak samo preferowany jak X

$$MRS_{1,1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{?}{?} = 1$$

$$\Downarrow$$

MRS(1,2)=2

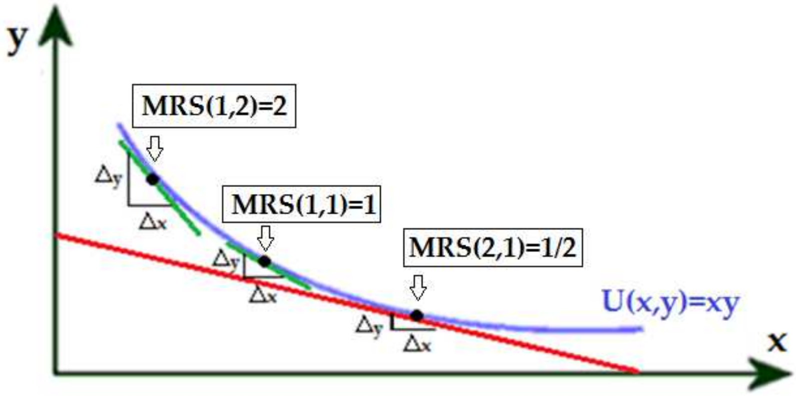
czyli w punkcie (1,2) Y jest dwa razy mniej preferowany niż X

$$\boldsymbol{U(x,y) = xy}$$

$$MRS_{xy}(1,2) = \frac{y}{x} = \frac{2}{1} = 2$$

$$MRS_{xy}(1,1) = \frac{y}{x} = \frac{1}{1} = 1$$

$$MRS_{xy}(2,1) = \frac{y}{x} = \frac{1}{2}$$



ZMIANY W MPSGE :

Punkt kalibracji (2,1)

```
$DEMAND:RA          s:1

          E:PL      Q:120

           D:PX      Q:2       P:(1/2)

           D:PY      Q:1       P:1
```

Punkt kalibracji (1,1)

```
$DEMAND:RA          s:1

          E:PL      Q:120

           D:PX      Q:1       P:(1)

           D:PY      Q:1       P:1
```

Punkt kalibracji (1,2)

```
$DEMAND:RA          s:1

          E:PL      Q:120

           D:PX      Q:1       P:(2)

           D:PY      Q:2       P:1
```

WYNIK

dla każdego z powyższych przypadków jest taki sam:

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR X	.	**60.000**	+INF	.
---- VAR Y	.	**30.000**	+INF	.
---- VAR PX	.	1.000	+INF	.
---- VAR PY	.	2.000	+INF	.
---- VAR PL	.	1.000	+INF	.
---- VAR RA	.	120.000	+INF	.

- **Zastosowanie powyższej reguły do Przypadku 4**

Przypadek 4

MRS(1,2)=1/2

czyli w punkcie (1,2) Y jest 2 razy bardziej preferowany niż X

$$\Downarrow$$

$$MRS_{1,1}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$$

czyli w punkcie (1,1) Y jest 4 razy bardziej preferowany niż X

$$\Downarrow$$

$$MRS_{xy}=\frac{1}{4}$$

$$\Downarrow$$

$$\boldsymbol{U(x,y)=xy^4}$$

Punkt kalibracji (1,1)

MRS(1,1) = 1/4

$$\Downarrow$$

$$MRS_{1,1}=\frac{1}{1}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$$

$$\Downarrow$$

$$MRS_{xy}=\frac{1}{4}$$

$$\Downarrow$$

$$\boldsymbol{U(x,y)=xy^4}$$

Punkt Kalibracji (2,1)

MRS(2,1) = ?

Aby otrzymać $\boldsymbol{U(x,y)=xy^4}$ musimy zapewnić, że w punkcie (1,1) Y jest 4 razy bardziej preferowany niż X

$$MRS_{1,1}=\frac{2}{1}\cdot\frac{?}{?}=\frac{1}{4}$$

$$\Downarrow$$

MRS(2,1)=1/8

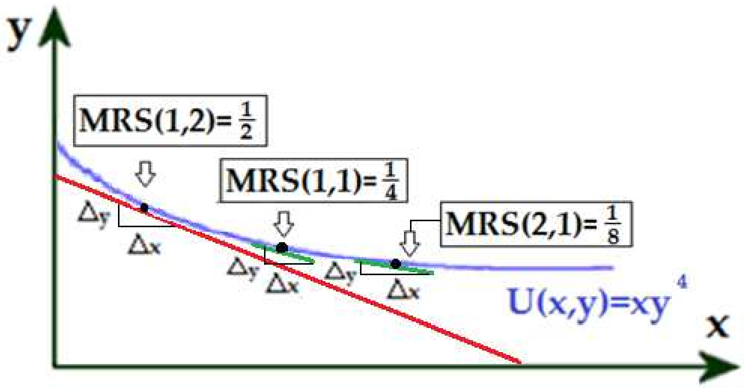
czyli w punkcie (2,1) Y jest 8 razy bardziej preferowany niż X

$$\boldsymbol{U(x,y)=xy^4}$$

$$MRS_{xy}(1,2)=\frac{y}{4x}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

$$MRS_{xy}(1,1)=\frac{y}{4x}=\frac{1}{4}$$

$$MRS_{xy}(2,1)=\frac{y}{4x}=\frac{1}{8}$$



ZMIANY W MPSGE :

Punkt kalibracji (1,2)

```
$DEMAND:RA      s:1
        E:PL    Q:120
        D:PX    Q:1     P:(1/2)
        D:PY    Q:2     P:1
```

Punkt kalibracji (1,1)

```
$DEMAND:RA      s:1
        E:PL    Q:120
        D:PX    Q:1     P:(1/4)
        D:PY    Q:1     P:1
```

Punkt kalibracji (2,1)

```
$DEMAND:RA      s:1
        E:PL    Q:120
        D:PX    Q:2     P:(1/8)
        D:PY    Q:1     P:1
```

WYNIK

dla każdego z powyższych przypadków jest taki sam:

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR X	.	**24.000**	+INF	.
---- VAR Y	.	**48.000**	+INF	.
---- VAR PX	.	1.000	+INF	.
---- VAR PY	.	2.000	+INF	.
---- VAR PL	.	1.000	+INF	.
---- VAR RA	.	120.000	+INF	.